

Multi-scale unfolding homogenization method applied to bidomain and tridomain electrocardiology models

Résumé

Cette thèse est principalement consacrée à la modélisation et à l'analyse multi-échelle de systèmes d'électrocardiologie bidomaine et tridomaine. L'électrophysiologie cardiaque décrit et modélise les phénomènes chimiques et électriques qui se produisent dans le tissu cardiaque.

Au niveau microscopique, le tissu cardiaque est très complexe et il est donc très difficile de comprendre et de prévoir son comportement à l'échelle macroscopique (observable). Ainsi, à chaque système (bidomaine ou tridomaine) on associe un modèle microscopique (de type elliptique), couplé à un système d'EDO non-linéaire et un autre macroscopique (de type réaction-diffusion).

En se basant sur la loi de la conduction électrique d'Ohm et la conservation de la charge électrique, on obtient le modèle microscopique qui donne une description détaillée de l'activité électrique dans les cellules responsables de la contraction cardiaque. Ensuite, en utilisant des techniques d'homogénéisation, on obtient le modèle macroscopique qui, à son tour, permet de décrire la propagation des ondes électriques dans le cœur entier.

Cette thèse est composée de deux grandes parties. D'abord, on donne une justification mathématique formelle et rigoureuse du processus d'homogénéisation périodique qui conduit au modèle macroscopique bidomaine. La méthode formelle est un développement asymptotique à trois échelles appliqué au modèle bidomaine méso- et microscopique. En outre, la justification mathématique rigoureuse est basée sur des opérateurs d'éclatement qui non seulement dérivent l'équation homogénéisée mais aussi prouvent la convergence de la suite de solutions du problème bidomaine microscopique vers la solution du problème macroscopique. Pour traiter les modèles ioniques non linéaires, l'opérateur d'éclatement sur la surface est défini et un argument de type Kolmogorov est utilisé pour assurer la compacité.

Ensuite, on propose l'analyse mathématique d'un nouveau modèle décrivant l'activité électrique des cellules cardiaques en présence de jonctions communicantes. Il s'agit notamment du modèle tridomaine. On montre l'existence et l'unicité de la solution faible du modèle microscopique tridomaine en utilisant la méthode constructive de Faedo-Galerkin. Finalement, l'obtention du modèle tridomaine macroscopique (homogénéisé) est justifiée d'une part par la méthode de développement asymptotique et d'autre part par l'analyse de convergence du modèle microscopique en s'appuyant sur la méthode d'éclatement périodique.

Mots-clés : Bidomaine, Tridomaine, Homogénéisation, Analyse asymptotique à trois échelles, Méthode d'éclatement périodique, Gap junctions, Électro-cardiologie.