
Titre : Algorithme de branch-and-bound pour la résolution efficace de problèmes d'optimisation parcimonieuse.

Mot clés : Branch-and-bound, ℓ_0 , Optimisation combinatoire, Optimisation continue

Résumé : De nombreux problèmes inverses en traitement du signal, statistique, imagerie biomédicale, astronomie et apprentissage machine peuvent se formuler comme la recherche de la meilleure combinaison de motifs expliquant les données, ces motifs étant choisis dans un catalogue connu. L'aspect parcimonieux du problème réside dans le faible nombre de motifs que l'on cherche à sélectionner via l'utilisation d'un terme ℓ_0 . Plusieurs méthodes standards, telles que des algorithmes gloutons (OMP, OLS) et des reformulations convexes du problème (notamment en norme ℓ_1), permettent d'obtenir des solutions ap-

prochées de ce problème ℓ_0 . Plus récemment, des méthodes permettant de résoudre exactement le problème ℓ_0 ont été développées, reposant sur des algorithmes de branch-and-bound. L'objectif de cette thèse est double. D'une part, explorer les possibilités d'accélération des algorithmes branch-and-bound ℓ_0 . D'autre part, étendre ces méthodes à des cas de parcimonie structurée, où l'on ne cherche plus simplement un faible nombre de motifs, mais un faible nombre de groupes de motifs. Ces contributions font l'objet d'un code open-source proposé au plus grand nombre.

Title: Branch-and-bound algorithm for efficiently solving sparse optimization problems

Keywords: Branch-and-bound, ℓ_0 , Combinatorial optimization, Continuous optimization

Abstract: Numerous inverse problems in signal processing, statistics, biomedical imaging, astronomy and machine learning can be cast as the search for the best pattern combination fitting measurements, these patterns being taken from a known dictionary. The sparsity of the problem comes from the small number of patterns desired, using a ℓ_0 term. Several standard methods, among which greedy algorithms (OMP, OLS) and convex reformulations (most notably the ℓ_1 -norm reformulation), provide approximate solutions to this ℓ_0 problem. More recently, methods able to solve ex-

actly the ℓ_0 problem were designed, using branch-and-bound algorithms. This PhD thesis has two goals. First, explore possible accelerations of current branch-and-bound algorithms dedicated to the ℓ_0 problem. Then, extend these branch-and-bound algorithms to the case of structured sparsity, where we are not looking for a small number of patterns fitting data, but a small number of *groups* of patterns fitting data. These contributions lead to the development of an open-source code publicly released.